I. PRÓBAZÁRTHELYI (matematika bsc. Kalkulus3G)

1. Adja meg a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n^2\, 3^n}$ hatványsor konvergenciasugarát és konvergenciahalmazát. Hol abszolút konvergens, hol feltételesen konvergens a sor?

2. Határozza meg a 13 m/s kezdő sebességgel, 30°-os szögben kilőtt lövedék pályamagasságát és becsapódásának pontos helyét és idejét.

3. Írja fel az $f(x) = \dfrac{e^x}{1+x}$ függvény nulla ponthoz tartozó harmadik Taylor-polinomját.

4. Számolja ki az $f(x) = \cos(2x^2)$ függvény MacLaurin-sorát.

5. Adjon hibabecslést a $\sqrt[3]{1+x} \approx 1 + \dfrac{x}{3}$ közelítésre a $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$ intervallumon.

6. Számítsa ki az $\displaystyle\int_0^1 \frac{\ln(1+t)}{t}\, dt$ integrált 10^{-2}-nál kisebb hibával.

7. Számolja ki az $r(t) = (t\sin t, t\cos t, t)$ vektorfüggvény sebességvektorát a t pontban. Merőleges-e az $r(t)$ és az $r'(t)$ vektor a $t = \pi$ pontban?

8. Legyen $r(t) = (\operatorname{tg} t, 3t, \pi)$. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} r(t)\, dt = ?$

9. Határozza meg az $r(t) = (t, e^t, te^t)$ vektorfüggvény érintőegyenesét a $t = 0$ paraméterű pontban.

10. Számítsa ki az $r(t) = (2\cos t, 2\sin t, t^2)$, $t \in [0, \pi]$ vektorfüggvény görbéjének ívhosszát.