I. MINTAZÁRTHELYI (matematika bsc. Fejezetek az analízisből)

1. Vázolja fel az integrálási tartományt és számítsa ki az integrál értékét.

   - $$\int_0^1 \int_0^x 3 - x - y \, dydx$$
   - $$\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} 6x \, dydx$$
   - $$\int_{-2}^0 \int_v^{-v} 2 \, dpdv$$

   10+10+10 pont

2. Határozza meg a területét annak az első síknegyedbeli tartománynak,amelyet az $y = x$ és az $y = x^2$ görbék határolnak. *10 pont*

3. Egy vékony lemez borítja azt a háromszöget, amelyet az x-tengely, az $x = 1$ és az $y = 2x$ egyenesek határolnak az első síknegyedben. A lemez sűrűsége az (x, y) pontban $\delta(x, y) = 6x+6y+6$. Határozzuk meg a lemez tömegét, a koordináta-tengelyekre vonatkozó nyomatékait, tömegközéppontját. *10 pont*

4. Mekkora az $r = 1 + \sin\theta$ kardioid első síknegyedbe eső részének területe?

   10 pont

5. Számítsa ki a következő integrál értékét

   $$\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} 1 \; dydx$$

   10 pont

6. Számítsa ki a következő integrál értékét

   $$\int_0^2 \int_{-\pi}^0 \int_{\pi/4}^{\pi/2} (p^3 \sin(2\phi)) \, d\phi d\theta d\rho$$

   10 pont

7. Írja fel az $\int\int\int_D f(r, \theta, z) \, dzdrd\theta$ integrált a D tartományon, ahol D egy egyenes körhenger, amelynek alapja az xy-síkban van és az $r = 3\cos\theta$ kör határolja, a teteje pedig a $z = 5 - x$ síkban van. *10 pont*

8. Mennyi a térfogata annak a hengernek, amelyre $x^2 + y^2 = 1, -1 \leq z \leq 1$? *10 pont*

A zárthelyin egysoros számológépen kívül semmilyen segédeszköz nem használható!

Jó munkát!